

ROBUSTHEITSVERBESSERUNG DES STRÖMUNGSMECHANISCHEN VERHALTENS EINER VERDICHTERSCHAUFEL

Alexander Lange

Technische Universität Dresden
Institut für Strömungsmechanik
D-01062 Dresden, Deutschland
Email: Alexander.Lange@tu-dresden.de

Matthias Voigt, Konrad Vogeler

Technische Universität Dresden
Institut für Strömungsmechanik
D-01062 Dresden, Deutschland

KURZFASSUNG

In dem vorliegenden Artikel wird eine Methode zur Robustheitsverbesserung des strömungsmechanischen Verhaltens einer Verdichterschaufel präsentiert. Neben der Schaufel mit dem höchsten Wirkungsgrad wird ebenfalls die Schaufel mit der geringsten Wahrscheinlichkeit zum Unterschreiten eines Mindestwirkungsgrades bestimmt. Sie ist unempfindlicher gegenüber Variationen der Geometrie (z.B. Fertigungsabweichungen) und wird als robust bezeichnet.

Zur Durchführung einer Optimierung sind regulär ein dreidimensionales parametrisches geometrisches Modell und ein Optimierungsalgorithmus erforderlich. Weiterhin ist im Vorfeld der Optimierung eine Zielfunktion zu definieren, die Kenntnisse über das System voraussetzt. Im vorliegenden Artikel wird ein alternativer Ansatz vorgestellt, der das numerische Kennenlernen und die Verbesserung des Systems ermöglicht, auch wenn obige Forderungen nicht erfüllt werden. Aufbauend auf einer im CAD-Format vorliegenden Referenzgeometrie werden durch ein parametrisches Schaufelmodell, das klassische Profilparameter identifizieren und variieren kann, Variationen einer Verdichterschaufel erzeugt. Durch eine Monte-Carlo Simulation wird der Definitionsbereich dieser Parameter abgetastet und das strömungsmechanische Verhalten der Realisierungen bestimmt. Iterativ wird der Definitionsbereich in das Gebiet der besten Realisierungen verlagert und eingeengt. Eine Approximation des Systemverhaltens um den Bereich der besten Realisierungen ermöglicht die Bestimmung der Robustheit des Systems ohne weitere deterministische Rechnungen. Hierzu wird ein Ansatz vorgestellt, der auf Basis des approximierten Systemverhaltens die Parameterkonfiguration mit der höchsten Robustheit des Systems liefert.

NOMENKLATUR

| | |
|-------------------|-------------------------------|
| $c_p, \Delta c_p$ | Druckbeiwert, Profilbelastung |
| \dot{m} | Massestrom |
| N | Anzahl |
| P | Parameter, Wahrscheinlichkeit |
| p_t | Totaldruck |

| | |
|----------|-----------------------------------|
| R^2 | Bestimmtheitsmaß |
| t | Profildicke |
| T_t | Totaltemperatur |
| w | Wölbung |
| y_P | Totaldruckverlustbeiwert |
| η | isentroper Wirkungsgrad |
| μ | Mittelwert |
| Π | Totaldruckverhältnis |
| σ | Standardabweichung |
| ξ | normierter reduzierter Massestrom |

Indizes

| | |
|-----------------|-----------------------------|
| <i>des</i> | Design |
| DS, SS | Druck-, Saugseite |
| k, j | azimuthaler, radialer Index |
| LE, TE | Vorder-, Hinterkante |
| <i>prof</i> | Profilschnitt |
| <i>sca</i> | Streuung |
| <i>ske, seh</i> | Skelett-, Sehnenlinie |

Abkürzungen

| | |
|-----|------------------------------|
| CAD | Computer Aided Design |
| CFD | Computational Fluid Dynamics |
| CoI | Wichtigkeitsmaß |
| MCS | Monte-Carlo Simulation |
| RM | Regressionsmodell |

1 EINLEITUNG

In dem vorliegenden Artikel wird die numerische Untersuchung des strömungsmechanischen Verhaltens einer Verdichterschaufel vorgestellt. Das Ziel der präsentierten Untersuchung ist zum einen die Steigerung des isentropen Wirkungsgrades der Schaufel bei gleich bleibenden Totaldruckverhältnis. Zum anderen soll auch die Robustheit der Schaufel verbessert werden.

Die Arbeit basiert auf einer transsonischen Verdichterschaufel, die den Autoren im CAD-Format bekannt ist. Eine geschlossene parameterbasierte geometrische Beschreibung, z.B. über einen Schaufelgenerator, liegen nicht vor. Diese Fragestellung wird daher über das parametrische Verdichterschaufelmodell von Lange et al. [1] gelöst. Es

ermöglicht die parameterbasierte Erzeugung geometrischer Variationen einer Verdichterschaukel. Hierzu erfolgt zuerst die Identifizierung klassischer Profilparameter der Schaukel, welche anschließend durch die Algorithmen des Modells variiert werden. Diese Profilparameter sind vergleichbar mit Designvariablen und repräsentieren den Parameterraum der Optimierung.

Die Optimierung wird durch eine mehrstufige Monte-Carlo Simulation (MCS) mit nachgeschalteter Robustheitsuntersuchung auf Basis einer Antwortfläche als Regressionsmodell (RM) umgesetzt. Dieser Ansatz beinhaltet den Vorteil, dass keine Kenntnisse über das System im Vorfeld bekannt sein müssen, vielmehr ermöglicht die MCS sogar das Kennenlernen des Systems. Nachdem in der ersten Iteration mit weit gefassten Grenzen des Definitionsbereichs der Parameter das Systemverhalten bestimmt wird, erfolgt in der nachfolgenden Iteration das Abtasten des Systems gezielt in dem Bereich, welches das globale Optimum vermuten lässt. Auf die Stützpunkte dieser MCS erfolgt die Approximation der Antwortfläche. Sofern dieses Regressionsmodell das Systemverhalten sehr gut abbildet, können mit vernachlässigbaren numerischen Aufwand sehr viele Parameterkombinationen ausgewertet und sowohl das deterministische Optimum als auch das robuste Optimum des Systems bestimmt werden. Eine Analyse der Antwortfläche durch einen wirklichen Optimierungsalgorithmus erfolgt dabei nicht. Dennoch ermöglicht die präsentierte Herangehensweise durch die hohe Anzahl an Realisierungen und das iterative Einengen des Parameterraums ein sehr robustes und sehr schnelles Abtasten des Systems und dient zur näherungsweise Lösung der Optimierungsaufgabe [2]. Das beste Ergebnis der MCS wird daher sehr nah an dem wirklichen Optimum liegen, weswegen es im Rahmen dieser Arbeit auch als Optimum bezeichnet werden soll.

Das Optimierungsziel dieser Arbeit besteht voranging in der Bestimmung des robusten, aber auch des deterministischen Optimums. Bei der deterministischen Optimierung wurde eine Steigerung des isentropen Wirkungsgrades von 2% bei ebenfalls verbessertem Totaldruckverhältnis erreicht. Die Robustheit des Systems wird durch statistische Kennzahlen wie Überlebenswahrscheinlichkeit, Mittelwert und Standardabweichung der Ergebnisgrößen bewertet, wobei in allen drei Kriterien eine signifikante Verbesserung erzielt werden konnte. Zur Validierung der durch das Regressionsmodell bestimmten Optima erfolgte die Nachrechnung durch CFD, welche die vorhergesagten Verbesserungen im strömungsmechanischen Verhalten bestätigte.

2 DETERMINISTISCHES MODELL

Die Erstellung des deterministischen Modells erfolgte unter Verwendung der FINE/Turbo 8.5-1 Umgebung der Firma NUMECA International [3]. Das Vernetzungsmodul AutoGrid ist zur Vernetzung der CAD-basierten Geometrie angewendet worden. Hierfür wurde die Standardtopologie eingesetzt und somit ein strukturiertes Multi-Block Hexaedernetz in H4O-Topologie mit einer Auflösung von

ca. 454.000 Zellen erstellt. Der Laufspalt am Gehäuse konnte durch ein Butterfly-Netz berücksichtigt werden. Die Rechnung erfolgte auf einer vernetzten Passage unter Ausnutzung der Symmetriebedingung in Umfangsrichtung. Das resultierende Oberflächennetz des gesamten Rotors ist in Abb. 1 gezeigt. Als Randbedingungen der CFD-

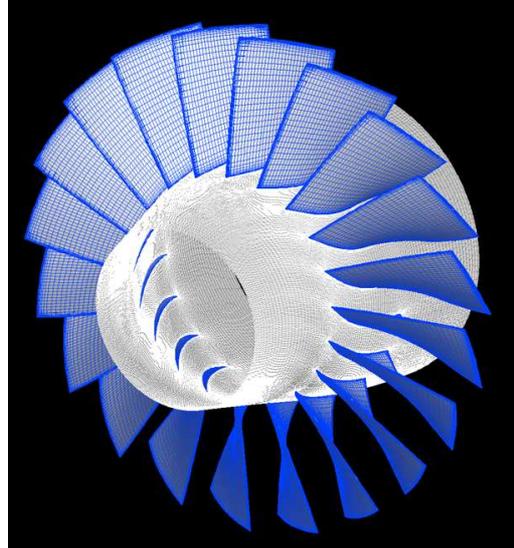


ABB. 1: VERNETZTER ROTOR

Simulation sind am Einlass die Strömungswinkel, der Massestrom sowie die statische Temperatur vorgegeben worden. Am Auslass wurde die Erfüllung des radialen Gleichgewichts mit einem festgelegten statischen Druck gefordert. Die deterministische Simulation wurde unter Verwendung der auskonvergierten Berechnung der Basisgeometrie als Startlösung gestartet und erreichte so mit vergleichsweise wenigen Iterationsschritten eine hohe Konvergenzrate. Dennoch war eine Berechnungszeit von ca. 20 min auf zwei Kernen eines Intel Core i7 Prozessors erforderlich.

3 PARAMETRISIERUNG DER GEOMETRIE UND ERZEUGUNG DER VARIATIONEN

Das parametrische Schaukelmodell von Lange et al. [1] ermöglicht zum einen eine Verdichterschaukel zu analysieren, d.h. klassische Profilparameter zu identifizieren. Zum anderen erlaubt es durch Variationen dieser Parameter geometrische Variationen der zu Grunde liegenden Verdichterschaukel zu erstellen. Durch die Verwendung dieser Algorithmen ist es somit möglich eine existente Geometrie, die lediglich als numerisches Rechenetz vorliegt, einem auf Parametern basierenden Optimierungsprozess zuzuführen. Hierzu werden zu den Koordinaten der Profilkontur \vec{X}_k^{prof} die Skelettlinie \vec{X}_k^{ske} und die Sehnenlinie \vec{X}_k^{seh} für jeden Punkt des Profilschnitts invers berechnet, d.h. das Profil symmetrisch zur Skelettlinie zerlegt, siehe Abb. 2. Die Skelett- und Sehnenlinie dient zur Bestimmung der charakteristischen Verteilungen des Profils. Hierzu zählt zum einen die Dickenverteilung, die als Abstand von Profil-

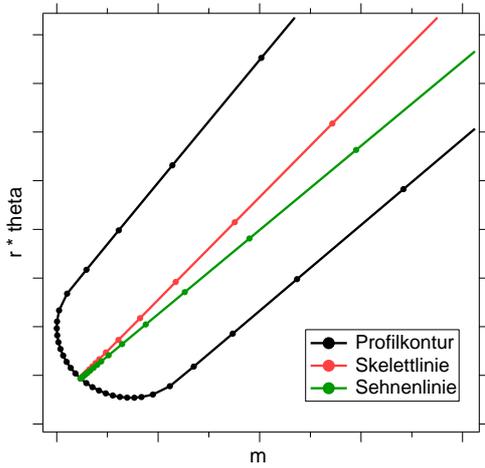


ABB. 2: PROFILSCHNITT MIT SKELETT- UND SEHNENLINIE

und Skelettlinienpunkt

$$t_k = 2 \left| \vec{X}_k^{prof} - \vec{X}_k^{ske} \right| \quad (1)$$

und zum anderen die Wölbungsverteilung, welche als Abstand von Skelett- zur Sehnenlinie

$$w_k = \left| \vec{X}_k^{ske} - \vec{X}_k^{seh} \right| \quad (2)$$

definiert ist. Die Berechnung der Profilparameter erfolgt durch die Analyse der beiden Verteilungen sowie der Sehnenlinie. In der Arbeit von Lange et al. [1] wurden insgesamt 14 Profilparameter für jeden Profilschnitt sowie zwei weitere Parameter zur Beschreibung des Fillets verwendet. Zur Erfüllung der hier beschriebenen Optimierungsaufgabe sollen lediglich zehn Parameter beachtet werden. Die axiale und tangentielle Position der Vorderkante wird nicht variiert, da keine 3D-Beschaufelung mit V-Stellung bzw. Pfeilung gewünscht ist. Weiterhin werden die Filletparameter ausgeschlossen und die Strömungswinkel an Vorder- und Hinterkante nur implizit durch Änderung der Parameter der Wölbungsverteilung variiert. Die somit verbleibenden zehn Parameter werden für jeden Schnitt ermittelt und über der Schaufelhöhe gemittelt, womit sich der ebenfalls zehn Einträge umfassende radial gemittelte Parametervektor ergibt, siehe Tab. 1.

Zur Erzeugung der geometrischen Variationen werden, basierend auf den Variationen der Profilparameter, Änderungen auf die Sehnenlinie sowie auf die Dicken- und Wölbungsverteilung aufgeprägt. Jeder Parameter definiert dabei zunächst eine lokale Änderung der Verteilung an der ihm zugeordneten Position auf der Sehne. Damit der harmonische Charakter der Verteilungen und somit des Profils gewahrt bleibt, werden Wichtungsfunktionen angewandt, die einen gleichmäßigen Übergang zwischen den einzelnen Änderungen sicherstellen.

Die Erstellung des variierten Profils erfolgt, invers zur beschriebenen Zerlegung, über das Zusammensetzen der Verteilungen zum Profilschnitt. Zunächst wird durch Überlagerung der angepassten Wölbungsverteilung auf die ange-

TAB. 1: PROFILPARAMETER ZUR ERZEUGUNG DER GEOMETRISCHEN VARIATIONEN

| Symbol | Profilparameter |
|--------------------------------|-----------------------------------|
| λ | Staffelungswinkel |
| c | Sehnenlänge |
| t_{LE}, t_{TE} | Dicke der Vorder- und Hinterkante |
| $pos_{t_{LE}}, pos_{t_{TE}}$ | zugeordnete Position der Sehne |
| t_{max}, w_{max} | maximale Dicke, maximale Wölbung |
| $pos_{t_{max}}, pos_{w_{max}}$ | zugeordnete Position der Sehne |

passte Sehnenlinie die Skelettlinie erhalten. Die Überlagerung der angepassten Dickenverteilung auf die Skelettlinie ergibt schlussendlich die Variation des Profilschnitts. Zur Verdeutlichung dieses Ansatzes zur Profilvariation dient in Abb. 3 ein Profil mit einer angepassten Dickenverteilung (rechts) und einer angepassten Wölbungsverteilung (links). Die radiale Synthese der Profilschnitte zur 3D-Schaukel erfolgt bei dieser Betrachtung in Änderungsgrößen direkt über die zugeordnete Spannweitenkoordinate, d.h. ein Stapelungsgesetz muss nicht angewendet werden.

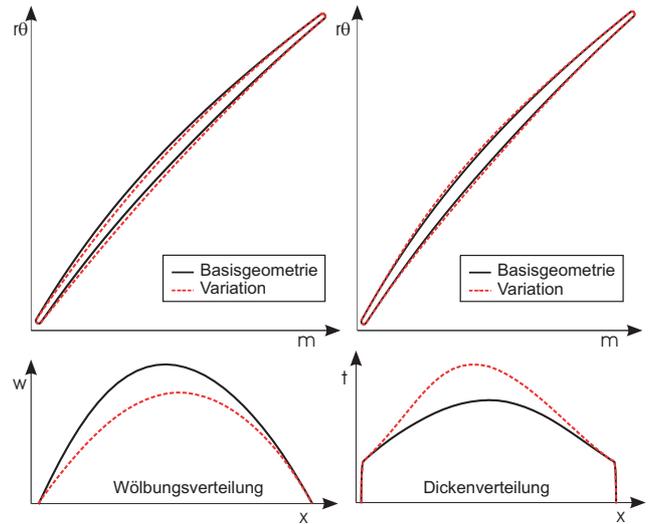


ABB. 3: PROFIL MIT ANGEPASSTER WÖLBUNGSVERTEILUNG (LINKS) UND ANGEPASSTER DICKENVERTEILUNG (RECHTS)

Mit dem beschriebenen Prozess zur Profilvariation ist es möglich geometrische Variationen einer Verdichterschaufel zu erstellen. Die Variationen beinhalten die vorgegebenen Profilparameter, entsprechen in ihrer Charakteristik jedoch der originalen Geometrie. Zur Parametrisierung muss die Geometrie daher nicht auf ein umfangreiches 3D-Geometriemodell gefittet werden, womit Abweichungen, die durch ein unexaktes Fitting folgten, nicht auftreten. Der Ansatz ist somit besonders vorteilhaft, wenn lediglich kleine Änderungen aufgeprägt werden sollen. Dem gegenüber steht, dass die Variationen der Parameter in ihrem Betrag begrenzt sind, da andernfalls die Vorgabe, dass die Änderungen der Parameter klein gegenüber den Parametern selbst sind, nicht mehr erfüllt wäre. In diesem

Zusammenhang wird jedoch ein weiterer Vorteil dieser Herangehensweise deutlich. Da lediglich die Änderungen der Parameter abgebildet und über der Schaufelhöhe gemittelt betrachtet werden, sind vergleichsweise wenige Parameter zur Variation einer 3D-Schaukel erforderlich. Darüber hinaus könnten ausgewählte Parameter auch als fix angenommen und von der Optimierung ausgeschlossen werden, um den Parametervektor weiter zu verkleinern. Alternativ würde eine Vergrößerung der Freiheitsgrade der Variationen, z.B. über mehrere radiale Mittelungsbereiche, auch die Einbringung von 3D-Effekten in die Schaufel ermöglichen.

4 PROBABILISTISCHE VERBESSERUNG DES STRÖMUNGSMECHANISCHEN VERHALTENS

In diesem Abschnitt wird beschrieben, wie mit probabilistischen Methoden die Verbesserung des strömungsmechanischen Verhaltens einer Verdichterschaukel erreicht werden kann. Als Zielvorgabe der präsentierten Optimierungsaufgabe gilt konkret die Verbesserung des Wirkungsgrades bei Beibehaltung des Totaldruckverhältnisses.

4.1 Adaptive Monte-Carlo Simulation

Zur Lösung der vorliegenden Optimierungsaufgabe wurde eine adaptive Monte-Carlo Simulation (MCS) angewandt. Der adaptive Charakter beschreibt dabei die geschachtelte Ausführung mehrerer MCS. Mit der ersten MCS soll zunächst die Streubreite der Parameter möglichst weit gefasst werden, damit der Definitionsbereich vollständig hinsichtlich eines globalen Optimums untersucht wird. In der nachfolgenden zweiten MCS erfolgt dann eine Einschränkung des Parameterraums in das Gebiet, das die besten Ergebnisse vermuten lässt. Generell empfiehlt es sich bei Verwendung einer MCS zur Untersuchung eines Parameterraums die Eingangsgrößen als gleichverteilt zu modellieren, um eine gleichmäßig dichte Abtastung des Definitionsbereich zu gewährleisten. Damit extremale Kombinationen der Parameter gleich häufig wie mittige vorkommen, ist ebenso die Unkorreliertheit der Parameter sicherzustellen. Alternativ könnten vorhandene Abhängigkeiten zwischen den Parametern durch die Vorgabe von Korrelationskoeffizienten Berücksichtigung finden. Weiterhin sollten mit Blick auf eine möglichst geringe Shot-Anzahl Latin Hypercube Sampling Methoden angewendet werden [2].

Die Streubreite der Parameter ΔP_1 der ersten MCS werden lediglich durch physikalische Randbedingungen und die Realisierbarkeit der geometrischen Variationen limitiert. Die Mittelwerte der Parameter wurden z.T. gemäß Erfahrungswerten angepasst bzw. auf den originalen Werten der Basisgeometrie belassen, siehe Tab. 2. Mit den angepassten Mittelwerten und den Streubreiten der Parameter sind über

$$P_{min/max} = \mu P_{des} + \Delta\mu \pm 0.5 \Delta P \quad (3)$$

die minimale und maximale Grenze der Gleichverteilung der Parameter bekannt.

TAB. 2: PROZENTUALE STREUBREITE ΔP , ANPASSUNG DER MITTELWERTE $\Delta\mu$ DER PARAMETER UND DIE COI-WERTE BEIDER MCS.

| Symbol | ΔP_1 | $\Delta\mu_1$ | CoI ₁ | ΔP_2 | $\Delta\mu_2$ | CoI ₂ |
|--------------|--------------|---------------|------------------|--------------|---------------|------------------|
| λ | 29.60 | 0.00 | 0.42 | 5.69 | 0.00 | 0.03 |
| c | 40.00 | 10.00 | 0.18 | 22.44 | 15.61 | 0.20 |
| w_{max} | 87.81 | 43.91 | 0.23 | 40.59 | 20.30 | 0.24 |
| $posw_{max}$ | 37.21 | 0.00 | 0.13 | 24.16 | 5.00 | 0.15 |
| t_{max} | 21.34 | 7.11 | 0.00 | 21.34 | 7.11 | 0.01 |
| $post_{max}$ | 60.30 | 0.00 | 0.04 | 53.15 | 5.00 | 0.23 |
| t_{LE} | 37.33 | 0.00 | 0.00 | 37.33 | 0.00 | 0.10 |
| $post_{LE}$ | 51.33 | 10.27 | 0.00 | 51.33 | 10.27 | 0.03 |
| t_{TE} | 41.25 | 0.00 | 0.00 | 41.25 | 0.00 | 0.00 |
| $post_{TE}$ | 54.89 | 10.98 | 0.00 | 54.89 | 10.98 | 0.00 |

In der ersten MCS wurden 300 Shots gerechnet, womit das globale Systemverhalten im weiten Streubereich der Parameter hinreichend untersucht werden kann. Bei dieser Shot-Anzahl ist ebenfalls eine statistische Auswertung möglich, um die Anpassung der Grenzen und Mittelwerte für die zweite MCS vorzunehmen. Neben der manuellen Auswertung von Ant-Hill Plots bieten sich zur Ableitung eines automatisierten Ansatzes der Korrelationskoeffizient und besonders das Wichtigkeitsmaß (Coefficient of Importance, CoI) an. Sofern ein gutes Regressionsmodell zur Abbildung des Systemverhaltens vorliegt, kann über den CoI der relative Einfluss des Parameters auf die untersuchte Ergebnisgröße und somit seine Wichtigkeit durch systematisches Weglassen seiner Koeffizienten im Regressionsansatz bestimmt werden [4]. Große CoI-Werte verweisen auf Parameter, die entweder durch ihren vergleichsweise großen Streubereich oder durch die zu Grunde liegende Physik vorrangig die untersuchte Ergebnisgröße beeinflussen. Zur automatischen Einschränkung der Grenzen wurde daher ein auf den CoI-Werten basierender empirischer Ansatz

$$\Delta P_2 = (1 - CoI_1)^3 \Delta P_1 \quad (4)$$

abgeleitet. Weiterhin wurde die Verschiebung der Mittelwerte über $\Delta\mu$ gegenüber der ersten MCS korrigiert, sofern die besseren Realisierungen an der Grenze des Definitionsbereichs lagen. Somit ergaben sich die angepassten Grenzen der Parameter der zweiten MCS, siehe Tab. 2.

Um die Wahrscheinlichkeit auf eine optimale Realisierung in der zweiten und finalen MCS zu erhöhen, wurde eine Verdoppelung der Shot-Anzahl auf 600 gewählt. Dies verbessert weiterhin die Genauigkeit der statistischen Analyse und vergrößert die Palette an analytischen Auswertungsmöglichkeiten. So kann z.B. durch Verwendung eines sehr guten Regressionsmodell das Systemverhalten ohne weitere deterministische Rechnungen im Postprocessing der MCS weitergehend untersucht werden. Basierend auf diesem Approximationsmodell ist es dann mit geringem

Aufwand möglich, gegenüber den Realisierungen der MCS, weiter verbesserte Parameterkombination zu bestimmen.

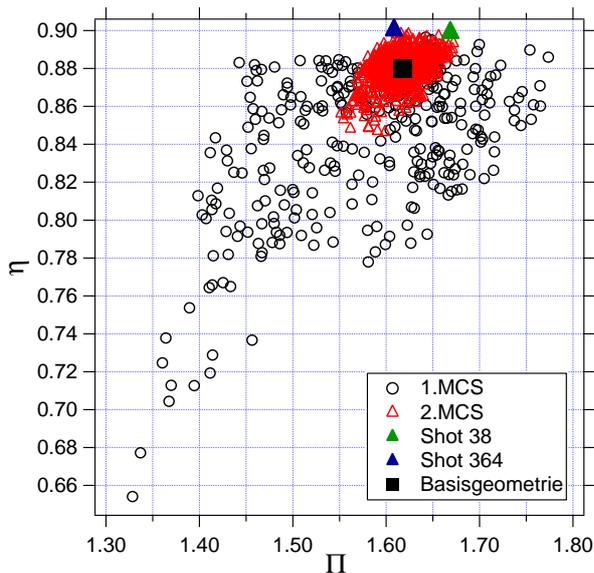


ABB. 4: ISENTROPER WIRKUNGSGRAD ÜBER DEM TOTALDRUCKVERHÄLTNIS FÜR DIE 1. UND 2. MCS SOWIE DIE BASISGEOMETRIE.

In Abb. 4 sind die Ergebnisse isentroper Wirkungsgrad η über dem Totaldruckverhältnis Π für beide MCS sowie der Basisgeometrie dargestellt. Es ist ersichtlich, dass die erste MCS einen sehr großen Bereich abdeckt und neben einzelnen verbesserten Schaufeln im großen Umfang auch Schaufeln mit verschlechtertem Systemverhalten enthält. Die zweite MCS hingegen zeigt eine wesentlich geringere Streuung der Ergebnisgrößen und beinhaltet eine hohe Anzahl Schaufeln mit verbessertem isentropen Wirkungsgrad und Totaldruckverhältnis. Besonders hervorzuheben sind Shot 364 mit dem höchsten Wirkungsgrad der MCS jedoch gegenüber der Basisgeometrie geringfügig niedrigerem Totaldruckverhältnis und Shot 38 mit stark gesteigertem Wirkungsgrad und Totaldruckverhältnis, siehe Tab. 3.

TAB. 3: ERGEBNISSE DER ZWEITEN MCS

| Realisierung | Π | η |
|----------------|--------|--------|
| Basisgeometrie | 1.6176 | 0.8801 |
| shot 38 | 1.6687 | 0.8989 |
| shot 364 | 1.6085 | 0.9003 |

4.2 Approximation eines Regressionsmodells

Als Ergebnis der beiden MCS ist das Systemverhalten der untersuchten Realisierungen bekannt — zwischen diesen Stützstellen sind jedoch keine Informationen verfügbar. Damit das Systemverhalten auch an diesen Zwischenräumen bestimmt werden kann, soll ein analytisches Regressionsmodell (RM) Verwendung finden. Im vorliegenden Fall

ist dies über eine Antwortfläche umgesetzt worden. Die Auswertung eines solchen analytischen Polynoms erfordert keine weiteren deterministischen CFD-Berechnungen und ist daher wesentlich schneller.

Basierend auf den Ergebnissen der zweiten MCS erfolgt unter Verwendung des am Lehrstuhl für Turbomaschinen und Strahlantriebe entwickelten Probabilistiktools ProSi [5] die Berechnung der Antwortflächen für den Wirkungsgrad und das Totaldruckverhältnis. Hierfür finden Polynome zweiter und dritter Ordnung Verwendung, womit

$$F(P) = A_0 + \sum_{i=1}^{N_P} A_i P_i + \sum_{i=1}^{N_P} \sum_{j=1}^{N_P} A_{ij} P_i P_j \quad (5)$$

beispielsweise als Approximationsfunktion zweiter Ordnung gilt. Da, zum Erreichen einer möglichst hohen Qualität der Approximation, ebenfalls die gemischten Terme Berücksichtigung finden, werden im Rahmen des Approximationsprozesses für die zehn unabhängigen Parameter insgesamt 66 bzw. 286 Koeffizienten bestimmt [2].

Generell konnte eine sehr gute Approximation des Systemverhaltens erzielt werden, wobei sich die Abbildung des Wirkungsgrades gegenüber dem Totaldruckverhältnis als anspruchsvoller herausstellte. Dennoch konnte bereits mit der Antwortfläche zweiter Ordnung (I) ein Bestimmtheitsmaß von 0.97 und mit dritter Ordnung (II) von 0.99 erreicht werden, siehe Tab. 4.

TAB. 4: QUALITÄT DER APPROXIMIERTEN ANTWORTFLÄCHEN

| Ordnung der Antwortfläche | zweite | dritte | dritte ($\eta > 0.875$) |
|-------------------------------|--------|--------|---------------------------|
| Anzahl an Stützstellen | 600 | 600 | 439 |
| Benennung | I | II | III |
| $\eta: R^2$ | 0.97 | 0.99 | 1.00 |
| $\eta: \sigma (RM - CFD)$ [%] | 0.166 | 0.084 | 0.044 |
| $\Pi: R^2$ | 0.98 | 1.00 | 1.00 |
| $\Pi: \sigma (RM - CFD)$ [%] | 0.671 | 0.121 | 0.052 |

Die Vorhersage des Systemverhaltens im Bereich guter Wirkungsgrade erforderte jedoch eine noch exaktere Approximation. Dies konnte mit einer Antwortfläche (III) dritten Grades, die nur mit den 439 Realisierungen, die einen Wirkungsgrad von $\eta > 0.875$ aufweisen, erreicht werden. Hiermit war es möglich, ein Bestimmtheitsmaß von 1.00 für beide Ergebnisgrößen zu erzielen. Um die Qualität der approximierten Antwortflächen alternativ zu bewerten, erfolgte darüber hinaus die Bestimmung der Standardabweichung des Fehlers der Approximation gegenüber den zum Fitting verwendeten Realisierungen. Hiervon lässt sich bspw. ableiten, dass bei Verwendung der Approximation (III) für ca. 70% der Realisierungen (ein Sigma) der

Fehler bei Approximation des Wirkungsgrades kleiner als 0.044% und des Totaldruckverhältnis kleiner als 0.052% ist, siehe Tab. 4. Diese sehr geringe Abweichung erlaubt präzise Vorhersagen des Systemverhaltens, wodurch alle auf einem Regressionsmodell basierenden Berechnungen mit der Approximation (III) durchgeführt worden.

4.3 Auswertung des Regressionsmodells

Sofern ein Regressionsmodell (RM) zur Beschreibung des Systemverhaltens bekannt ist, kann über intelligente Optimierungsverfahren schnell das Optimum bestimmt werden. Da den Autoren keine entsprechenden Verfahren zur Verfügung standen, wurde die Optimierungsaufgabe alternativ gelöst. Hierzu ist der Parameterbereich durch eine MCS der Antwortfläche (III) mit 10.000 Shots sehr dicht abgetastet und die beste Realisierung dieser MCS als Optimum akzeptiert worden. Zur Validierung dieser Lösung erfolgte anschließend eine Nachrechnung dieser Geometrie mittels CFD.

Mit der 600 Shots umfassenden zweiten MCS sind bereits zwei sehr gute Realisierungen bekannt. Shot 364 erzielt einen Wirkungsgrad von über 90%, schafft jedoch nicht die gleiche Totaldruckerhöhung wie die Basisgeometrie. Dem gegenüber steht Shot 38 mit verbesserter Totaldruckerhöhung, jedoch mit geringfügig geringerem Wirkungsgrad als Shot 364, siehe Tab. 3. Die MCS des Regressionsmodells ermöglicht darüber hinaus die Bestimmung von Parameterkombination, die zwischen beiden Shots vermitteln. In Abb. 5 ist hierzu der Wirkungsgrad über dem Totaldruckverhältnis für die zweite MCS und die MCS der Antwortfläche dargestellt. Gesondert ausgewiesen sind der beste Shot dieser antwortflächenbasierten MCS (blauer Vollkreis) und die Nachrechnung durch CFD (grüne Raute), welche als identifiziertes deterministisches Optimum hervorgehoben dargestellt wurden.

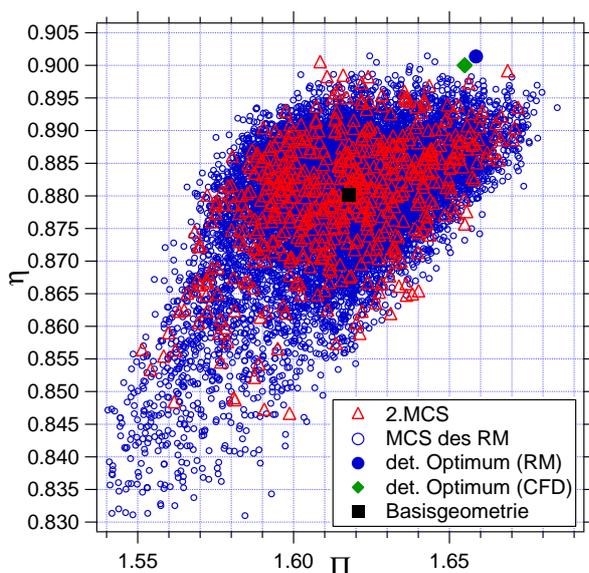


ABB. 5: ISENTROPER WIRKUNGSGRAD ÜBER DEM TOTALDRUCKVERHÄLTNISS FÜR DIE 2. MCS IM VGL. MIT DER MCS DES RM

Ergänzend zu dem Diagramm lohnt der quantitative Vergleich der Ergebnisse, siehe Tab. 5. Demnach wurde im Rahmen der Optimierung der isentrope Wirkungsgrad um 2% gesteigert. Das Totaldruckverhältnis ist gemäß der Randbedingung dabei ebenfalls erhöht worden.

TAB. 5: ERGEBNISSE DER DETERMINISTISCHEN OPTIMIERUNG

| Realisierung | Π | η |
|--------------------|--------|--------|
| Basisgeometrie | 1.6176 | 0.8801 |
| det. Optimum (RM) | 1.6580 | 0.9014 |
| det. Optimum (CFD) | 1.6549 | 0.9000 |

Hauptgrund für die Verbesserung des Wirkungsgrades liegt in dem schwächer ausgeprägten Stoß auf der Saugseite des Profils und den damit verbundenen geringeren Verlusten. In Abb. 6 wird hierzu die relative Machzahlverteilung im Mittelschnitt für die Basisgeometrie (links) mit dem deterministischen Optimum (rechts) verglichen. Deutlich zu erkennen ist die verminderte maximale Machzahl vor dem Stoß. Da sich die Totaldruckverluste über einen Stoß proportional zur Eintrittsmachzahl verhalten, kann mit der optimierten Konfiguration ein wesentlich geringerer Totaldruckverlust und somit ein höherer Wirkungsgrad erreicht werden.

Die verbesserten Geschwindigkeitsverteilung in der Passage werden vornehmlich durch die angepassten Verteilungen von Profildicke und Wölbung erreicht, siehe Abb. 7. Demnach wurde besonders die Position der max. Dicke nach hinten verlagert. Dies bewirkt für die Strömung eine allmählichere Beschleunigung auf der Saugseite des Profils. Weiterhin wurde auch die Position der max. Wölbung geringfügig nach hinten verlagert und der Wert der max. Wölbung vergrößert. Diese Vergrößerung sichert das Erreichen des geforderten Totaldruckverhältnisses.

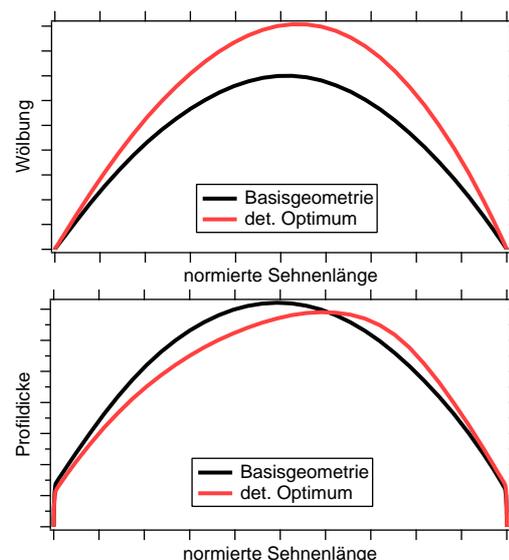


ABB. 7: VERGLEICH DER WÖLBUNGS- (OBEN) UND DICKENVERTEILUNG (UNTEN) VON BASISGEOMETRIE UND DET. OPTIMUM

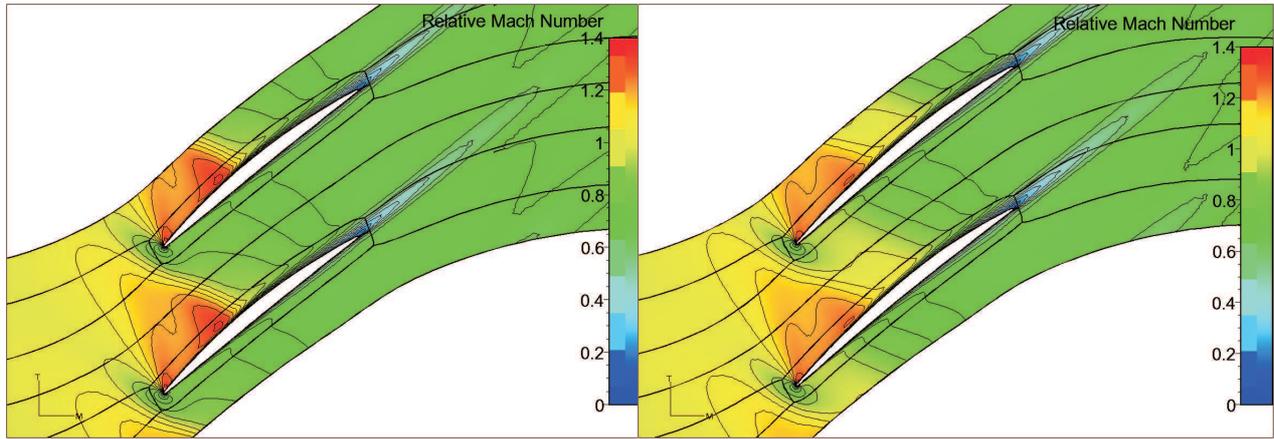


ABB. 6: RELATIVE MACHZAHL ÜBER DER PASSAGE IM MITTELSCHNITT FÜR DIE BASISGEOMETRIE (LINKS) UND DAS DET. OPT. (RECHTS).

5 PROBABILISTISCHE VERBESSERUNG DER ROBUSTHEIT DES DESIGNS

5.1 Ansatz

Häufig ist das eigentlich gewünschte Ergebnis eines Optimierungsprozesses nicht das deterministische sondern das robuste Optimum. Zur Bewertung der Robustheit interessiert an Stelle des deterministischen Verhaltens einer konkreten Schaufel das Verhalten der Schaufel unter Berücksichtigung von Unsicherheiten, z.B. streuende geometrische Größen. Zur Beantwortung dieser Fragestellung wird nachfolgend das strömungsmechanische Verhalten von Schaufeln analysiert, deren geometrische Parameter um den jeweiligen deterministischen Wert eine Normalverteilung formen. Somit werden diese Parameter als statistische Größen betrachtet, die eine mehrdimensionale Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion beschreiben. Wird eine Grenzzustandsgleichung definiert, die unerwünschte (=Versagen) von erwünschten (=Überleben) Ereignissen trennt, so kann die Überlebenswahrscheinlichkeit

$$P = \int_{g(\mathbf{x}, f(\mathbf{x})) > 0} f(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \quad (6)$$

bestimmt werden. Die analytische Lösung dieses Integrals ist in der Regel nicht möglich. Die besondere Schwierigkeit stellt dabei der Umstand dar, dass die Integrationsgrenze abhängig von der zu integrierenden Größe ist. Ein numerischer Lösungsansatz bietet sich jedoch über die Monte-Carlo Methode an. Hierzu wird der Definitionsbereich der streuenden Variablen hinreichend dicht abgetastet und überprüft, auf welcher Seite der Grenzzustandsgleichung die jeweilige Realisierung liegt. Die Überlebenswahrscheinlichkeit kann nun näherungsweise

$$P \approx \frac{N_{\text{Überleben}}}{N_{\text{gesamt}}} \quad (7)$$

berechnet werden. Für die nachfolgend präsentierte Untersuchung soll das Ereignis „Überleben“ einer Realisierung

als Überschreiten der Ergebnisgrößen der Basisgeometrie interpretiert werden, womit

$$\eta > 0.88 \quad \text{und} \quad \Pi > 1.62 \quad (8)$$

gefordert wird. Der beschriebene Ansatz ermöglicht so die Untersuchung einer konkreten Schaufel hinsichtlich ihrer Überlebenswahrscheinlichkeit. Das Ziel der Robustheitsuntersuchung soll jedoch weiter gefasst werden. Demnach ist die Wahrscheinlichkeit nach Gl. 7 für jeden Punkt des Definitionsbereichs zu bestimmen. Hierzu erfolgt die thematische Teilung des Parameterraums in Design- und Streuungsvariablen. Die Parameter einer Realisierung bestimmen sich schlussendlich über

$$P_{mn} = P_{des,m} + P_{sca,n} \quad (9)$$

und somit als Überlagerung von Design und Streuungsvariablen. Die Robustheitsuntersuchung erfolgt demnach durch zwei verschachtelte MCS, wovon die Schleife der Designvariablen durch $N_m = 10.000$ Shots und die der Streuungsvariablen durch $N_n = 1.000$ Shots aufgelöst wird. Insgesamt sind somit 10 Mio. Rechnungen erforderlich. Durch Verwendung der Approximation (III) konnten diese 10 Mio. Auswertungen des Systemverhaltens in ca. 45 min ermittelt werden.

Die Designvariablen werden analog zu den vorangegangenen MCS gleichverteilt und unkorreliert modelliert. Die Grenzen bestimmen sich relativ zu denen der zweiten MCS (vgl. Tab. 2), wobei sie mit

$$\Delta P_{des} = 0.8 \Delta P_2 \quad (10)$$

in ihrer Streubreite etwas reduziert werden, um Extrapolation auch bei Addition der Streuungsvariablen möglichst zu vermeiden. Die Streuungsvariablen werden normalverteilt und unkorreliert angenommen. Sie haben den Mittelwert Null und die Standardabweichung wird ebenfalls in Abhängigkeit der Streubreite der zweiten MCS mit

$$\sigma P_{sca} = 0.2 \Delta P_2 \quad (11)$$

definiert. Diese Festlegung bildet natürlich keine wirklichen geometrischen Abweichungen ab. Sofern statistische Informationen (Verteilungsfunktion, Korrelationen) zu den geometrischen Abweichungen in diesen Parametern bekannt wären, z.B. durch die von Lange et. al [1, 6] präsentierte Herangehensweise, könnte die Statistik der Streuungsvariablen entsprechend angepasst und die Überlebenswahrscheinlichkeit der realen Schaufel berechnet werden.

Der aus Überlagerung von Design- und Streuungsvariablen gemäß Gl. 9 resultierende Parameterraum der Robustheitsuntersuchung ist in Abb. 8 beispielhaft für zwei Parameter graphisch dargestellt. Neben dem dichten Netz der Designvariablen sind die, um den ausgewählten Shot normalverteilt angeordneten, Streuungsvariablen abgebildet.

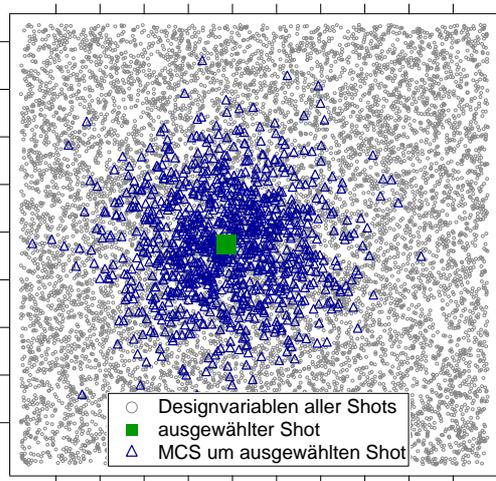


ABB. 8: PARAMETERRAUM DER ROBUSTHEITSUNTERSUCHUNG

5.2 Ergebnisse der Robustheitsuntersuchung

Im Rahmen der Robustheitsuntersuchung wurde, wie im vorangegangenen Abschnitt beschrieben, das Systemverhalten jeder der 10.000 Shots für jeweils 1000 Varianten ausgewertet. Durch die statistische Auswertung der Ergebnisse dieser Varianten sind für jeden Shot und somit für jede Kombination der Designparameter die

1. Überlebenswahrscheinlichkeit nach Gl. 7 und Gl. 8
2. der Mittelwert μ und
3. die Streuung σ der Ergebnisgrößen η und Π

bekannt. Hiervon ist besonders das erste Ergebnis von Interesse, da es den Anteil an Varianten quantifiziert, der bessere Performancewerte als die Basisgeometrie erzielt. Davon angeleitet können aus den insgesamt 10.000 Shots jene 107 gefiltert werden, die für beide Ergebnisgrößen eine Überlebenswahrscheinlichkeit von 100% erzielen, d.h. deren schlechteste Varianten mindestens $\eta_{min} > 0.88$ und $\Pi_{min} > 1.62$ erreichen. In Abb. 9 sind zur Verdeutlichung dieser Zusammenhänge die erzielten Überlebenswahrscheinlichkeiten beider Ergebnisgrößen gegenübergestellt

und die angesprochenen Shots hervorgehoben. Diese Abbildung ermöglicht direkt jene Realisierungen mit verbessertem Systemverhalten ausfindig zu machen und stellt zweifelsohne einen großen Mehrwert im Designprozess dar.

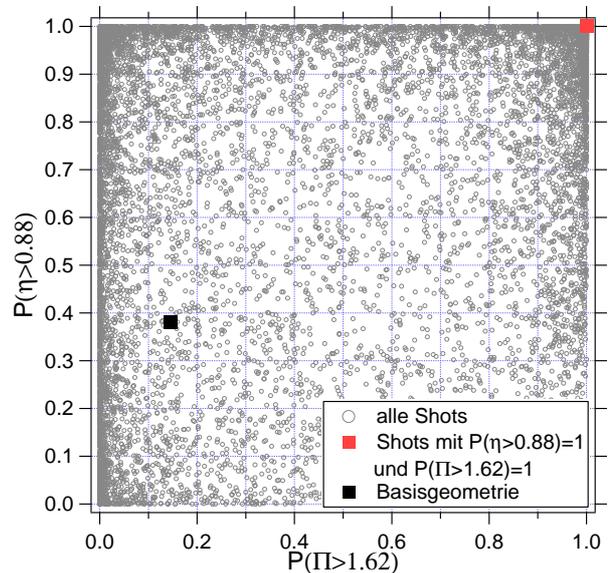


ABB. 9: ÜBERLEBENSWAHRSCHEINLICHKEIT DER DESIGNVARIABLEN

Nachfolgend sollen die beiden weiteren Ergebnisgrößen (Mittelwert und Standardabweichung) Verwendung finden, um aus den ausgewählten 107 Shots mit 100% Überlebenswahrscheinlichkeit die beste Schaufel herauszusuchen. Der isentrope Wirkungsgrad wird bei diesem Auswahlprozess als entscheidende Größe bewertet. Zum einen soll die Schaufel mit dem höchsten Mittelwert des Wirkungsgrades bestimmt werden, welche nachfolgend als robustes Optimum bezeichnet wird. Zum anderen ist eine alternative Herangehensweise üblich, die voranging die Streuung bewertet. Hierzu wurde aus den 107 Shots jener ausgewählt, der die minimale Streuung aufweist. Die Shots der Robustheitsuntersuchung und die beiden als optimal ausgewählten Schaufeln sind in Abb. 10 durch die Streuungen (links) und die Mittelwerte (rechts) der Ergebnisgrößen dargestellt. Die Zusammenhänge die aus dieser Grafik abgeleitet werden können, bieten gegenüber der rein deterministischen Auslegung einen wesentlichen Mehrwert. So wird nicht eine Punktlösung als Ergebnis akzeptiert, sondern das statistisch wahrscheinliche Verhalten analysiert. Der Anwender hat schlussendlich die Möglichkeit ein Design zu wählen, von dem er bereits in der Auslegungsphase neben dem deterministischen Verhalten auch das erwartete Verhalten im Feld kennt. Hierzu ist es natürlich erforderlich, die statistischen Eigenschaften der geometrischen Variabilität und somit die Streuungsvariablen sehr genau zu modellieren. Mit dem daraus resultierenden Informationen kann der Designprozess gezielt auf ein robustes Design ausgerichtet und ggf. sogar aufwendige nachfolgende Re-Designprozesse vermieden werden.

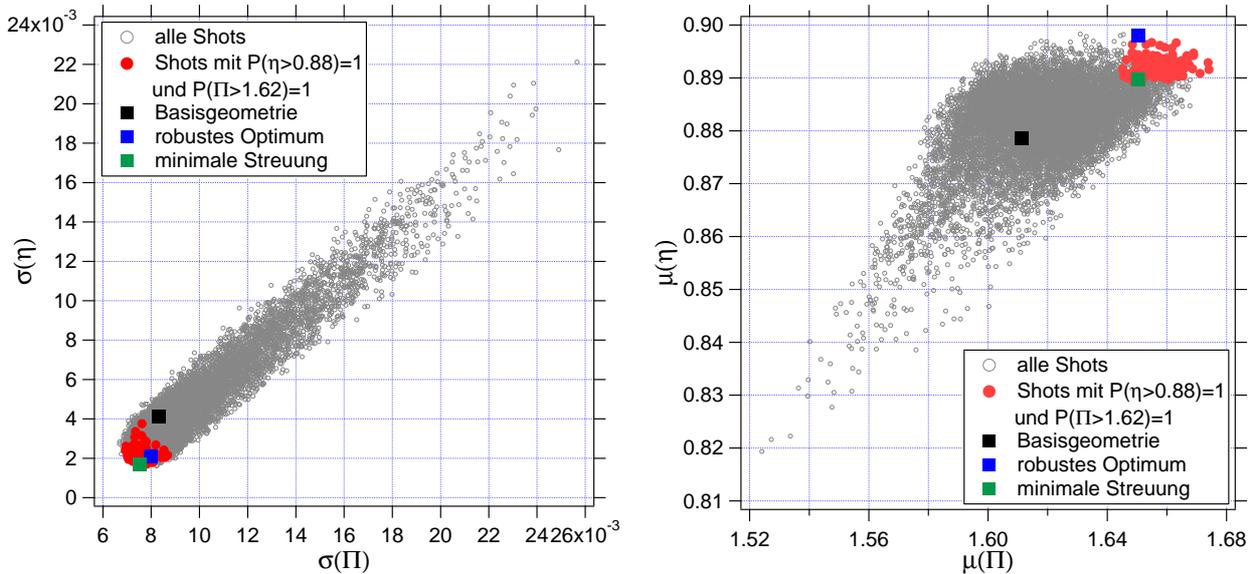


ABB. 10: STANDARDABWEICHUNG (LINKS) UND MITTELWERT (RECHTS) VON ISENTR. WIRKUNGSGRAD ÜBER TOTALDRUCKVERHÄLTNIS

6 VALIDIERUNGSRECHNUNGEN ZUR ROBUSTHEITSUNTERSUCHUNG

Zur Bestätigung der Ergebnisse der Robustheitsuntersuchung, die allein auf dem approximierten Systemverhalten basieren, wurden Validierungsrechnungen mittels CFD durchgeführt. Hierzu erfolgt die Bewertung des Systemverhaltens von drei ausgewählten Schaufeln, der Basisgeometrie, dem robusten Optimum und der Schaufel minimaler Streuung, durch eine jeweils 200 Shots umfassende MCS. Die geringere Shot-Anzahl begründet sich durch die limitierten Ressourcen, besonders der zulässigen Rechenzeit und den verfügbaren Lizenzen. Die Streuungsparameter entsprechen dennoch in ihren statistischen Eigenschaften den der Robustheitsuntersuchung im vorangegangenen Abschnitt und erlauben somit die Validierung der Ergebnisse.

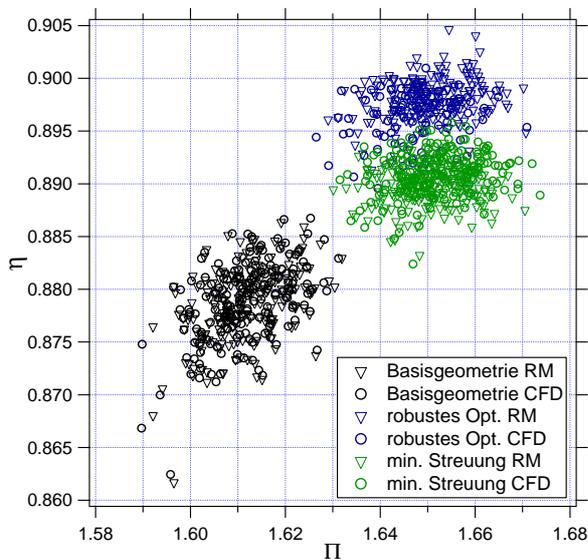


ABB. 11: ANT-HILL PLOT DES ISENTROPEN WIRKUNGSGRADES ÜBER DEM TOTALDRUCKVERHÄLTNIS

6.1 Globale Ergebnisse

Bei der Validierung der Robustheitsuntersuchung stehen zunächst die globalen Ergebnisse, der isentropen Wirkungsgrad und das Totaldruckverhältnis, im Vordergrund. In Abb. 11 sind hierzu die Ergebnisse der drei untersuchten Schaufeln vergleichend dargestellt. Weiterhin kann in Abb. 12 das Histogramm für den isentropen Wirkungsgrad ausgewertet werden. Insgesamt ist zu erkennen, dass besonders für die Basisgeometrie eine sehr gute Übereinstimmung der Ergebnisse bestätigt werden kann. Für die beiden weiteren Schaufeln hingegen sind geringe Abweichungen zu erkennen. Dies begründet sich in der Güte der Antwortfläche, welche für den Fall der zentral gelegenen Basisgeometrie eine exaktere Abbildung des Systemverhaltens ermöglicht als für die beiden weiteren Schaufeln, bei denen einige Parameter an den Grenzen des Definitionsbereichs liegen. Somit kann allgemein festgehalten werden, dass auch eine sehr gute Approximationsfunktion ($R^2 = 1.00$, vgl. Tab. 4) nicht immer eine exakte Prognose des Systemverhaltens garantiert.

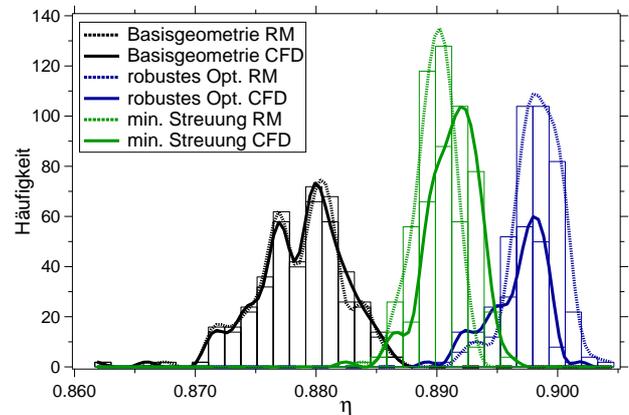


ABB. 12: HISTOGRAMME DES ISENTROPEN WIRKUNGSGRADES

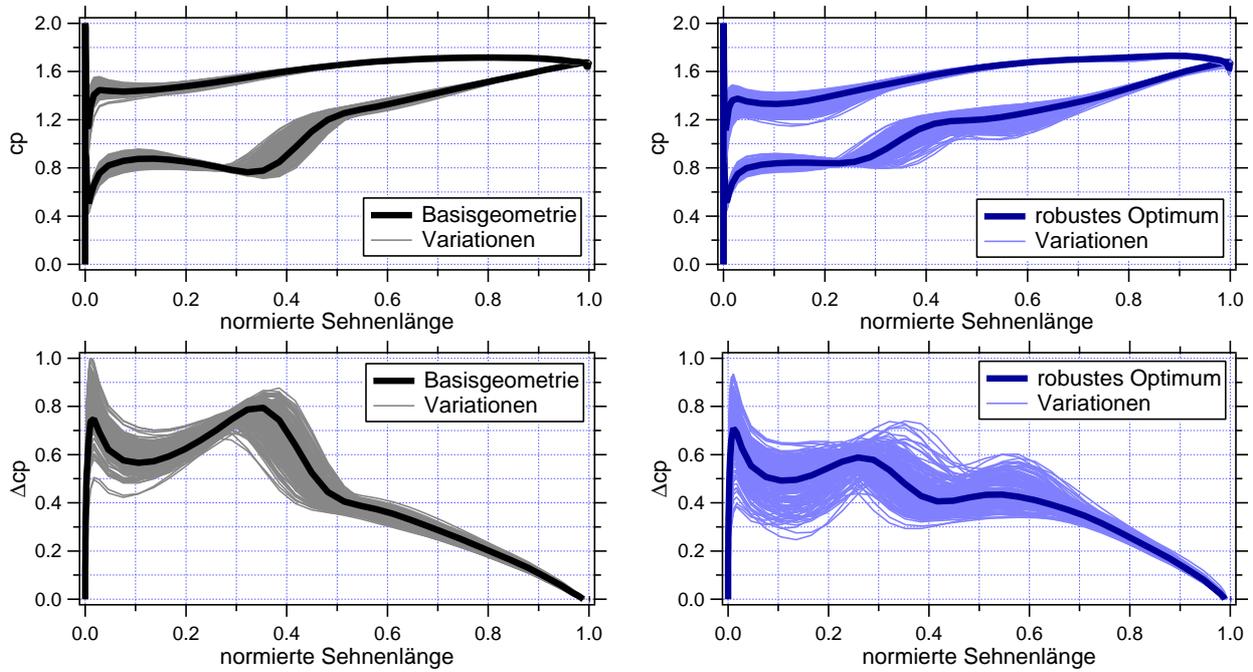


ABB. 13: VERGLEICH DES c_p -WERTES (OBEN) UND DES Δc_p -WERTES (UNTEN) IM MITTELSCHNITT DER BASISGEOMETRIE (LINKS) MIT DEM ROBUSTEN OPTIMUM (RECHTS) INKLUSIVE DER 200 GEOMETRISCHEN VARIATIONEN DER NACHRECHNUNG DER ROBUSTHEITSUNTERSUCHUNG.

Die Ergebnisse der Robustheitsuntersuchung können dennoch alles in allem bestätigt werden. Dies wird besonders bei dem quantitativen Vergleich der Ergebnisgrößenverteilungen mittels statistischer Kennzahlen deutlich, siehe Tab. 6. Für den Wirkungsgrad beträgt die Abweichung der Mittelwerte bis zu 0.1% und der Standardabweichung bis zu 0.05%. Besonders die Standardabweichung für die Schaufel mit der minimalen Streuung wird nicht sehr gut vorhergesagt. Dennoch stellt sie gegenüber der Basisgeometrie eine wesentlich robustere Schaufel dar. Eine bessere Übereinstimmung zeigen die Ergebnisse des robusten Optimums, welche in beiden Modellen die signifikante Verbesserung des strömungsmechanischen Verhaltens bestätigen. Insgesamt können die Abweichungen mit bis zu 0.1% als klein angesehen werden, speziell wenn der Betrag der Wirkungsgradverbesserung mit fast 2% gegenüber gestellt wird.

TAB. 6: ERGEBNISSE DER ROBUSTHEITSUNTERSUCHUNG AUF BASIS DES RM IM VERGLEICH MIT DER NACHRECHNUNG DURCH CFD

| | Basisgeometrie | | robustes Optimum | | min. Streuung | |
|----------------|----------------|--------|------------------|--------|---------------|--------|
| | RM | CFD | RM | CFD | RM | CFD |
| $\mu(\eta)$ | 0.879 | 0.879 | 0.898 | 0.897 | 0.890 | 0.891 |
| $\sigma(\eta)$ | 0.0036 | 0.0036 | 0.0021 | 0.0023 | 0.0017 | 0.0022 |
| $\mu(\Pi)$ | 1.612 | 1.612 | 1.650 | 1.648 | 1.650 | 1.652 |
| $\sigma(\Pi)$ | 0.0078 | 0.0079 | 0.0080 | 0.0082 | 0.0075 | 0.0081 |

Ergänzend zu Tab. 6 zeigt das Histogramm in Abb. 12 weitere Details des statistischen Verhaltens auf. Demnach erreicht

selbst die schlechteste Variante des robusten Optimums einen isentropen Wirkungsgrad von ca. 89% und somit 1% über dem deterministischen Wert der Basisgeometrie.

6.2 Druckbeiwert

Neben dem Abgleich der globalen Ergebnisse erlaubt die Validierungsrechnung durch CFD weiterhin die Auswertung typischer strömungsmechanischer Kenngrößen, welche zwar der Robustheitsuntersuchung nicht entnommen werden können, jedoch dem physikalischen Verständnis des verbesserten Systemverhaltens dienen. Hierzu zählt z.B. der Druckbeiwert c_p , welcher sich aus dem statischen Druck auf der Oberfläche bezogen auf den dynamischen Druck am Einlass

$$c_{p,k} = p_k / (p_{inlet} - p_{inlet}) \quad (12)$$

berechnet. Die Differenz von Druck- zu Saugseite

$$\Delta c_{p,k} = c_{p,k,DS} - c_{p,k,SS} \quad (13)$$

definiert den Belastungskoeffizienten Δc_p . Er stellt ein gängiges Maß zur Bewertung der Profilbelastung dar und ermöglicht in der präsentierten Berechnungsweise eine Analyse dieser Belastung entlang der Sehne [7].

Die Verläufe dieser Kennwerte sind in Abb. 13 für den Mittelschnitt vergleichend für die Basisgeometrie und die als robustes Optimum bestimmte Schaufel inklusive der geometrischen Variationen dargestellt. Es ist zu erkennen, dass die robuste Schaufel gegenüber der Basisgeometrie auf der Saugseite einen harmonischeren Druckverlauf hervorruft. Zum einen ist das Beschleunigungsgebiet um $x/c \approx 0.3$

nahezu eliminiert, was zu einer geringeren Geschwindigkeit beim Eintritt in den Verdichtungsstoß und somit zu geringeren Verlusten über den Stoß führt. Zum anderen ist der mit dem Stoß einhergehende Anstieg des statischen Drucks über einen längeren Abschnitt ($x/c \approx 0.25 \dots 0.45$ statt $x/c \approx 0.35 \dots 0.5$) der Sehnenlänge verteilt und auf der Sehne nach vorn verlagert. Beide Aspekte führen zu einer harmonischeren Δc_p -Verteilung über der Sehne mit einem wesentlich schwächer ausgeprägten Peak um $x/c \approx 0.25$ bei der robusten Schaufel gegenüber $x/c \approx 0.35$ bei der Basisgeometrie.

Neben der jeweiligen Referenzgeometrie ermöglicht Abb. 13 weiterhin die Analyse der Streuungen der geometrischen Variationen. Insgesamt kann bei dem robusten Optimum gegenüber der Basisgeometrie ein tendenziell größeres Streuband der c_p und Δc_p -Verteilungen festgestellt werden. Dies widerspricht jedoch dem Ziel der Optimierung nicht unbedingt, da die globale Performance im Vordergrund steht, welche, wie ausgeführt, vorrangig durch die relative Machzahl am Eintritt in den Verdichtungsstoß determiniert ist. Eine weitere wichtige Einflussgröße ist die Profilbelastung in der Nähe der Vorderkante. Aus probabilistischen Untersuchungen zum Einfluss geometrischer Variationen auf die Performance von Verdichterbeschaufelungen von Lange et. al [6] sowie von Garzon und Darmofal [8, 9] ist bekannt, dass die Variationen der Verluste eines Profils vorrangig durch die geometrischen Variationen der Vorderkante festgelegt werden. Hierzu erlaubt Abb. 13 ebenfalls eine Abschätzung. So wird bei der robusten Schaufel die Profilbelastung an der Vorderkante reduziert und damit ebenfalls die maximalen Werte der Variationen auf ein geringeres Niveau begrenzt.

6.3 Totaldruckverlustbeiwert

Als weiteres aussagekräftiges Ergebnis soll der Totaldruckverlustbeiwert ausgewertet werden. Die Berechnung erfolgt entlang einer Stromlinie und normiert auf den dynamischen Druck am Eintritt, wodurch mit

$$y_{P,j} = (p_{t \text{ inlet},j} - p_{t \text{ outlet},sl}) / (p_{t \text{ inlet},j} - p_{inlet,j}) \quad (14)$$

die radiale Verteilung des Verlustbeiwerts bekannt ist. In der vorliegenden Analyse soll nicht der Wert sondern die Änderung gegenüber der Basisgeometrie

$$\Delta y_{P,j} = y_{P,j} - y_{P,j, \text{Basis}} \quad (15)$$

ausgewertet werden. Um weiterhin einen, für eine Variation repräsentativen, Wert zu erhalten, erfolgt die Mittelung über die Schaufelhöhe

$$\Delta y_P = 1/\dot{m} \sum_j \Delta y_{P,j} \dot{m}_j \quad (16)$$

gewichtet mit dem Massestrom in dem Flächenelement j . Die gemittelten Werte erlauben eine Darstellung als Histogramm, siehe Abb. 14.

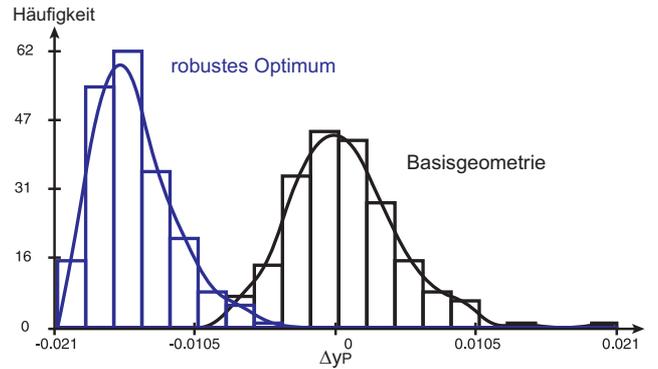


ABB. 14: HISTOGRAMM DER RADIAL GEMITTELTEN ÄNDERUNG DES VERLUSTBEIWERTS GEGENÜBER DER BASISGEOMETRIE.

Eine Auswertung der statistischen Kennzahlen dieser Verteilungen zeigt, dass der Mittelwert aller Variationen der Basisgeometrie bei $\mu(\Delta y_P) = 0.0006$ und für das robuste Optimum wesentlich tiefer bei $\mu(\Delta y_P) = -0.0150$ liegt. Die Streuung der Basisgeometrie ist mit $\sigma(\Delta y_P) = 0.0041$ ebenfalls wesentlich größer als die Streuung des robusten Optimums mit $\sigma(\Delta y_P) = 0.0029$. Mit diesen Ergebnissen zum Totaldruckverlustbeiwert können die, physikalisch eng mit im Zusammenhang stehenden, Ergebnisse des Wirkungsgrades bestätigt werden.

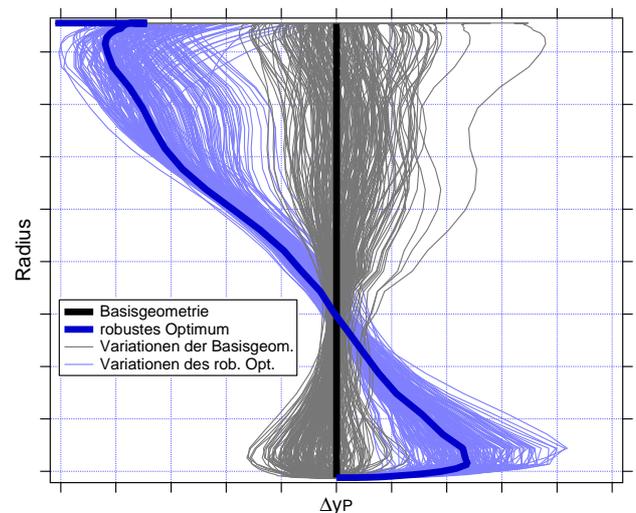


ABB. 15: RADIALE VERTEILUNG DER ÄNDERUNG DES VERLUSTBEIWERTS GEGENÜBER DER BASISGEOMETRIE.

Gegenüber der gemittelten Auswertung, erlauben die radialen Verteilungen $\Delta y_{P,j}$ detailliertere Aussagen zur gesamten 3D-Schaukel, siehe Abb. 15. Es ist zu erkennen, dass in den oberen zwei Dritteln der Schaufel die Totaldruckverluste der Variationen des robusten Optimums geringer sind als die der Basisgeometrie. Auf der anderen Seite nehmen die Verluste im unteren Teil der Schaufel tendenziell zu. Daraus kann abgeleitet werden, dass die Verwendung eines radial gemittelten Wertes für jeden Profilparameter bei der Optimierung zwar größtenteils zur Verbesserung, jedoch lokal ebenfalls zur Verschlechterung, geführt hat. Mit einer Optimierung, die mehrere Parameter über der Schaufelhöhe zulässt, könnte dem radialen

Gradienten besser entsprechen und somit sicherlich eine noch stärkere Verbesserung des strömungsmechanischen Verhaltens erreicht werden.

6.4 Analyse des Off-Design Verhaltens

In diesem Abschnitt soll die Frage beantwortet werden, wie sich die optimierte Schaufel gegenüber der Basisgeometrie unter Off-Design Bedingungen verhält. Schließlich ist eine lokale Verbesserung im betrachteten Betriebspunkt bei gleichzeitiger Verschlechterung der Performance der weiteren Betriebspunkte nicht gewünscht. Eine exakte Beantwortung dieser Fragestellung könnte z.B. über eine Mehrkriterienoptimierung erfolgen, die jedoch sehr aufwendig ist. Daher wurde die Optimierung, wie präsentiert, alleinig für den wichtigsten Betriebspunkt durchgeführt und nun im Anschluss geschaut, in wie weit sich das Verhalten im Bereich des gesamten Verdichterkennfeldes verändert. Hierzu ist das strömungsmechanische Verhalten bei Randbedingungen außerhalb des Design-Punktes bestimmt worden. Zur besseren Vergleichbarkeit der Ergebnisse erfolgt eine Normierung

$$\xi = \frac{\frac{\dot{m} \sqrt{T_t}}{p_t}}{\frac{\dot{m}_{DP} \sqrt{T_{t,DP}}}{p_{t,DP}}} \quad (17)$$

über den auf den Auslegungspunkt normierten reduzierten Massestrom. In Abb. 16 sind die Ergebnisse für den Wirkungsgrad und das Totaldruckverhältnis vergleichend für die Basisgeometrie und das robuste Optimum aufgetragen. Es ist zu erkennen, dass der höchste Wirkungsgrad für beide Schaufeln bei dem analysierten Betriebspunkt liegt. Dem gegenüber kann das Totaldruckverhältnis bei geringeren reduzierten Masseströmen weiter gesteigert werden. Der Fokus der Betrachtung gilt jedoch mehr dem

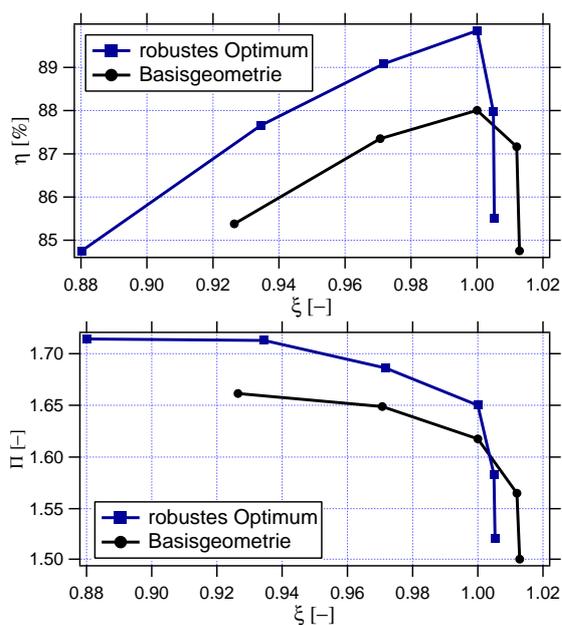


ABB. 16: VERGLEICH VON WIRKUNGSGRAD (OBEN) UND KENNFELD (UNTEN) FÜR OFF-DESIGN BERECHNUNGEN.

Unterschied beider Beschauelungen. Es zeigt sich, dass die Verbesserung des Systemverhaltens auch außerhalb des betrachteten Betriebspunktes Gültigkeit hat. So erzielt die optimierte Schaufel für alle untersuchten Betriebspunkte sowohl einen höheren Wirkungsgrad als auch ein höheres Totaldruckverhältnis.

7 ZUSAMMENFASSUNG

In dem vorliegenden Artikel wurde eine Methode zur Robustheitsverbesserung des strömungsmechanischen Verhaltens einer Verdichterschaukel vorgestellt, die weder einen klassischen Optimierungsalgorithmus noch ein parametrisches Modell erfordert. Vielmehr findet ein Delta-Parametermodell Verwendung, welches erlaubt, geometrische Varianten einer existenten Geometrie zu erzeugen. Mit einer Monte-Carlo Simulation erfolgt das Abtasten des Parameterraums. Hierbei wird ein iteratives Vorgehen vorgeschlagen, wodurch es möglich ist, die Grenzen der Parameter schrittweise in den Bereich guter Realisierungen zu verschieben. Die dabei erstellte Datenbasis findet zur Approximation einer Antwortfläche als Regressionsmodell Verwendung. Unter der Voraussetzung, dass diese Approximation das reale Systemverhalten sehr gut abbildet, kann durch Auswertungen der Antwortfläche das System sehr schnell untersucht werden. Eine Aufteilung der Parameter in Design- und Streuparameter erlaubt dabei die Bestimmung eines robusten Optimums, da zu jeder Realisierung neben dem deterministischen Wert ebenfalls statistische Eigenschaften, wie Mittelwert, Streuung und Überlebenswahrscheinlichkeit, der Ergebnisgrößen bekannt sind. Diese Ergebnisse basieren zwar nur auf dem approximierten Systemverhalten, konnten jedoch durch Validierungsrechnungen mittels CFD bestätigt werden. Demnach erreicht die optimierte Geometrie sowohl unter Berücksichtigung von geometrischen Variationen als auch bei Off-Design Betriebsbedingungen das prognostizierte verbesserte strömungsmechanische Verhalten. Im vorliegenden Fall konnte sowohl der isentrope Wirkungsgrad als auch das Totaldruckverhältnis um ca. 2% gesteigert werden.

Durch die probabilistische Robustheitsuntersuchung ist der Anwender bereits in der Auslegungsphase in der Lage, neben dem deterministischen Verhalten auch das erwartete Verhalten im Feld zu bestimmen. Hierzu müssen zwei Forderungen erfüllt sein. Zum einen muss das Regressionsmodell das Systemverhalten sehr gut abbilden. Zum anderen ist es erforderlich, die statistischen Eigenschaften der geometrischen Variabilität genau zu kennen und als Streuungsvariablen in dem probabilistischen Modell zu modellieren. Sind beide Voraussetzungen erfüllt, ist es bereits am PC möglich, Erfahrungen mit dem entwickelten Design zu machen, sein Systemverhalten numerisch kennen zu lernen und Schwachstellen zu identifizieren. Mit dem daraus resultierenden Informationen kann der Designprozess gezielt auf ein robustes Design ausgerichtet und ggf. sogar aufwendige nachfolgende Re-Designprozesse vermieden werden.

Literatur

- [1] Lange, A., Vogeler, K., Gümmer, V., Schrapp, H., and Clemen, C. "Introduction of a parameter based compressor blade model for considering measured geometry uncertainties in numerical simulation". *ASME Paper No. GT2009-59937*.
- [2] Voigt, M., 2010. *Probabilistische Simulation des strukturemechanischen Verhaltens von Turbinenschau-feln*. Dissertation, Fakultät für Maschinenwesen, TU Dresden.
- [3] NUMECA – user manual FINE/Turbo v8.5 (2008).
- [4] Bayer, V., and Roos, D., 2008. "Efficient Modelling and Simulation of Random Fields". *Proceedings of the 6th International Probabilistic Workshop, Darmstadt, Germany*.
- [5] Voigt, M., Bischoff, T., and Lang, G. *Prosi Manual (2008)*. Fakultät für Maschinenwesen, TU Dresden.
- [6] Lange, A., Voigt, M., Vogeler, K., Schrapp, H., Johann, E., and Gümmer, V. "Probabilistic CFD simulation of a high pressure compressor stage taking manufacturing variability into account". *ASME Paper No. GT2010-22484*.
- [7] Clemen, C., 2009. *Entwicklung eines Verfahrens für den dreidimensionalen Entwurf von Rotoren in Axialverdichtern*. Dissertation, Fakultät für Maschinenwesen, TU Dresden.
- [8] Garzon, V. E., and Darmofal, D. L. "Impact of geometric variability on axial compressor performance". *ASME Paper No. GT2003-38130*.
- [9] Garzon, V. E., and Darmofal, D. L. "On the aerodynamic design of compressor airfoils for robustness under geometric uncertainty". *ASME Paper No. GT2004-53581*.